

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.04.011

地铁列车荷载作用下饱和土中圆形衬砌隧道和轨道系统动力响应分析

袁宗浩^{1,2}, 蔡袁强^{1,2}, 袁 万³, 徐芑蕾⁴, 曹志刚^{1,2}

(1. 浙江大学 滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江大学 软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310058;
3. 江苏省电力设计院, 江苏 南京 211102; 4. 浙江省建筑设计研究院有限公司, 浙江 杭州 310012)

摘 要: 为研究地铁列车运行引起的轨道系统及饱和土体动力响应问题, 采用解析法建立了饱和土全空间中圆形衬砌隧道和轨道结构耦合分析模型, 用一系列符合列车几何尺寸的移动常荷载或移动简谐荷载模拟地铁列车, 用无限长圆柱壳模拟衬砌, 用 Biot 饱和多孔介质理论模拟土体, 用 Euler 梁理论模拟钢轨、浮置板并组成两层叠合梁单元, 结合轨道与衬砌仰拱处的力和位移连续条件, 实现浮置板轨道结构与衬砌及周围饱和土体的耦合。通过算例对比了饱和土体模型和弹性土体模型动力响应的差异, 分析了饱和土渗透系数、荷载移动速度和自振频率对轨道结构位移、饱和土体位移及孔压的影响。结果表明: 当土体渗透性较差时, 饱和土位移响应与相应的弹性土位移响应区别明显, 土体模型对轨道结构响应影响较小; 随着渗透系数的降低, 饱和土体孔压增大; 荷载移动速度和自振频率对轨道结构和土体动力响应影响显著。

关 键 词: 饱和土; 衬砌结构; 浮置板轨道; 动力响应; 移动荷载

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2017)04-1003-12

Dynamic response of circular railway tunnel and track system in saturated soil under moving train loading

YUAN Zong-hao^{1,2}, CAI Yuan-qiang^{1,2}, YUAN Wan³, XU Yuan-lei⁴, CAO Zhi-gang^{1,2}

(1. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310058, China; 2. MOE Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310058, China; 3. Jiangsu Electric Power Design Institute, Nanjing, Jiangsu 211102, China; 4. Zhejiang Academy of Building Research & Design Co. Ltd., Hangzhou, Zhejiang 310012, China)

Abstract: To investigate the dynamic response of the track and saturated soil under moving train loading, a coupling model was developed to analyze the rail structure and underground railway tunnel in the saturated soil by using the analytical method. The train load was simulated by a series of moving constant or harmonic load according to the geometry of a real train. The tunnel was simulated as a thin cylindrical shell of infinite length, and the soil was treated as a saturated poroelastic medium using Biot's theory. The tracks consisted of two beam units, i.e., an upper Euler-Bernoulli beam to account for the rails and a lower Euler-Bernoulli beam to account for the slab. The tracks and soil medium were coupled by the force and displacement compatibility conditions at the tunnel invert. The different dynamic characteristics of elastic soil medium and saturated soil medium were analyzed. The effects of soil permeability, moving velocity of load, and natural frequency on track responses, rail displacements, and pore pressures of saturated soil were investigated. It is found that the dynamic response of saturated soil medium with a low permeability is different from that of elastic soil medium. But soil model has limited effects on the track responses. The pore pressure increases with decreasing soil permeability. The track responses and pore pressure of the saturated soil are greatly influenced by the velocity and excitation frequency of the moving load.

Keywords: saturated soil; tunnel structure; floating slab tracks; dynamic responses; moving loads

1 引 言

随着地铁建设的快速发展, 地铁运行引起的环

境振动问题日益凸显, 引起了工程研究人员的重视。

Balendra 等^[1-2]建立了集总参数模型, 分析了地铁中土与结构的相互作用; Metrikine 等^[3]利用解析方法

收稿日期: 2015-04-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No.11372274, No. 51208460, No. 51478424); 中央高校科研基本业务费(No. 2015QNA4024); 高等学校博士学科点专项科研基金资助课题(No. 20130101110028)。

This work was supported by the National Nature Science Foundation of China (11372274, 51208460, 51478424), the Fundamental Research Funds for the Central Universities (2015QNA4024) and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (20130101110028).

第一作者简介: 袁宗浩, 男, 1990年生, 博士研究生, 主要从事土动力学方面的研究工作。E-mail: yuanzh@zju.edu.cn

将地铁简化成埋置于地层中的欧拉梁,研究了地下移动荷载引起的地表动力响应;Forrest 等^[4]提出了 PiP 模型,建立了三维全空间地铁模型;Sheng 等^[5]建立了有限元-边界元模型,用以计算路面和地下交通荷载引起的土体动力响应;Degrande^[6]和 Gupta^[7]等建立了周期性有限元-边界元模型,研究了隧道和土体的动力相互作用问题;Hung 等^[8-9]提出了 2.5 维有限元-无限元模型,并将其用以模拟地铁列车运行引起的地表振动;Bian 等^[10-11]采用 2.5 维有限元模型结合黏性边界预测了路面和地下交通荷载引起的基础振动。以上研究均将地基考虑为单相介质。然而,在地下水位较高的地区,隧道位于地下水位以下,将土体视为两相介质更接近实际。

一些学者采用 Biot^[12]饱和多孔介质理论模拟饱和土体,并用来研究衬砌结构与饱和土体动力相互作用。王滢等^[13]分析了饱和土中圆形衬砌隧道作用轴对称瞬态荷载时体系的动力响应;Lu 等^[14-15]研究了移动轴对称荷载作用下饱和土中无衬砌隧洞的动力响应;黄晓吉等^[16]研究了饱和土中带有衬砌隧洞在移动环形荷载作用下的动力响应。虽然以上研究都将土体视为饱和多孔介质,但多采用轴对称或者平面应变模型进行分析,地铁列车在隧道中运行不是一个简单的轴对称问题,而是一个复杂的三维问题。曾晨等^[17]提出了饱和土中的 PiP 模型,建立了饱和土中三维全空间地铁模型,但此研究中没有考虑实际的轨道结构和列车荷载,在文献[17]的研究基础之上,本文建立了地铁中常用的浮置板轨道结构与饱和土中衬砌隧道耦合分析模型。

首先采用无限长圆柱壳模拟衬砌, Biot 饱和多孔介质理论模拟衬砌周围土体,建立衬砌-饱和土体三维全空间模型;其次,根据 Hussien 等^[18]的研究,将轨道结构中的钢轨和浮置板简化为无限长弹性 Euler 梁,并组成两层叠合梁单元,通过衬砌仰拱处的力和位移连续条件,实现浮置板轨道与衬砌-饱和土体模型的耦合;列车荷载用一系列符合列车几何尺寸的移动荷载模拟;最后,在 Fourier 变换域内,联立轨道结构和衬砌-饱和土的动力控制方程,求得地铁列车荷载作用下钢轨位移和饱和土位移、孔压响应,并利用快速 Fourier 逆变换,得到轨道结构和土体的时域响应。利用本文建立的耦合分析模型研究了地铁列车荷载作用下轨道结构和饱和土体动力响应的空间分布,对比了饱和土体和弹性土体的动力特性差异,分析了饱和土渗透系数、荷载移动速度和自振频率对轨道结构、饱和土体响应的影响,并进行了频谱分析。

2 饱和土中圆形衬砌隧道频率响应函数

本文所采用的坐标系统以及三维几何模型如图 1 所示,其中:无限长圆柱壳模拟衬砌, Biot 饱和多孔介质理论模拟衬砌周围土体,二者在衬砌中面处满足力和位移的连续条件^[4]。

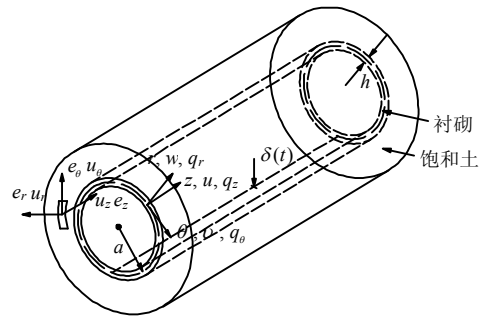


图 1 隧道和饱和土几何模型

Fig.1 Geometric model for tunnel and saturated soil

2.1 衬砌结构振动方程

衬砌结构采用薄壳理论模拟^[4],衬砌在 z 、 θ 、 r 方向的振动方程如下:

$$\left. \begin{aligned} & a \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1-\nu}{2a} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial \theta} + \nu \frac{\partial w}{\partial z} + \\ & \frac{h^2}{12} \left(\frac{1-\nu}{2a^3} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^3 w}{\partial z^3} + \frac{1-\nu}{2a^2} \frac{\partial^3 w}{\partial z \partial \theta^2} \right) + \\ & a \frac{1-\nu^2}{Eh} q_z - \rho a \frac{1-\nu^2}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \\ & \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \theta} + a \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{a} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \\ & \frac{h^2}{12} \left[\frac{3(1-\nu)}{2a} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{3-\nu}{2a} \frac{\partial^3 w}{\partial z^2 \partial \theta} \right] + \\ & a \frac{1-\nu^2}{Eh} q_\theta - \rho a \frac{1-\nu^2}{E} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \\ & -\nu \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{1}{a} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right) - \frac{h^2}{12} \left(a \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} + \frac{2}{a} \frac{\partial^4 w}{\partial z^2 \partial \theta^2} + \frac{1}{a^3} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} \right) - \\ & \frac{h^2}{12} \left(-\frac{\partial^3 u}{\partial z^3} + \frac{1-\nu}{2a^2} \frac{\partial^3 u}{\partial z \partial \theta^2} - \frac{3-\nu}{2a} \frac{\partial^3 v}{\partial z^2 \partial \theta} + \frac{1}{a^3} w + \frac{2}{a^3} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) + \\ & a \frac{1-\nu^2}{Eh} q_r - \rho a \frac{1-\nu^2}{E} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: E 、 ρ 、 ν 分别为衬砌的弹性模量、密度和泊松比; a 为衬砌壳体中面的半径; h 为衬砌厚度; u 、 v 、 w 为分别衬砌沿 z 、 θ 、 r 方向的位移; q_z 、 q_θ 、 q_r 分别为作用在衬砌沿 z 、 θ 、 r 方向的净荷载。

各应力、位移分量如下^[4]:

$$\left. \begin{aligned} q_z(x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} Q_{zn} \cos(n\theta) \\ q_\theta(x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} Q_{\theta n} \sin(n\theta) \\ q_r(x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} Q_{rn} \cos(n\theta) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} u(x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} U_n \cos(n\theta) \\ v(x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} V_n \sin(n\theta) \\ w(x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} W_n \cos(n\theta) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: Q_{zn} 、 $Q_{\theta n}$ 、 Q_{rn} 分别为应力模态 n 下的分量; U_n 、 V_n 、 W_n 分别为位移模态 n 下的分量; n 为模态数, 取值为不小于 0 的整数。

定义函数 $f(z, t)$ 关于坐标 z 和时间 t 的 Fourier 变换对为

$$\left. \begin{aligned} \tilde{f}(\xi, \omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(z, t) e^{-i(\xi z + \omega t)} dz dt \\ f(z, t) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\xi, \omega) e^{i(\xi z + \omega t)} d\xi d\omega \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: $i = \sqrt{-1}$; ω 为角频率; ξ 为波数; 上标“ $\sim$ ”表示变量为频率-波数域中的量。

将式 (2)、(3) 代入式 (1), 并利用式 (4) 第 1 式, 可得不同模态 n 下衬砌振动方程为

$$[A] \begin{Bmatrix} \tilde{U}_n \\ \tilde{V}_n \\ \tilde{W}_n \end{Bmatrix} = \frac{-a(1-\nu^2)}{Eh} \begin{Bmatrix} \tilde{Q}_{zn} \\ \tilde{Q}_{\theta n} \\ \tilde{Q}_{rn} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

式中: $\tilde{Q}_{zn}$ 、 $\tilde{Q}_{\theta n}$ 、 $\tilde{Q}_{rn}$ 、 $\tilde{U}_n$ 、 $\tilde{V}_n$ 、 $\tilde{W}_n$ 分别为式 (2)、(3) 中各变量在频率-波数域内的对应量; 矩阵 $[A]$ 的各元素表达式可参见文献[4]。

2.2 饱和土体运动方程

衬砌周围土体为均质饱和和多孔介质, 根据 Biot^[12]波动理论有

$$\left. \begin{aligned} \mu u_{i,jj} + (\lambda + \alpha^2 M + \mu) u_{j,ji} + \alpha M w_{j,ji} &= \rho_b \ddot{u}_i + \rho_f \ddot{w}_i \\ \alpha M u_{j,ji} + M w_{j,ji} &= \rho_f \ddot{u}_i + m \dot{w}_i + b \dot{w}_i \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: u_i 、 w_i 分别为土骨架位移和流体相对于土骨架的位移; u_i 、 w_i 上的点表示对时间 t 的导数; λ 、 μ 为土骨架 Lamé 常数; α 、 M 分别为表征土颗粒和流体压缩性常数; $b = \eta/k_d$ 为黏性耦合参数, η 、 k_d 分别为流体动力黏滞系数和土体动力渗透系数; $\rho_d = n_0 \rho_f + (1-n_0) \rho_s$, n_0 为土体孔隙率, ρ_f 、 ρ_s 分别为流体密度和土骨架密度; $m = \rho_f/n_0$ 。

饱和多孔介质的应力-应变关系为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij} &= \lambda \delta_{ij} e + 2\mu \varepsilon_{ij} - \alpha \delta_{ij} p_f \\ p_f &= -\alpha M e + M \zeta \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: $\zeta = -w_{i,i}$; σ_{ij} 为总应力; $e = u_{i,i}$ 为土骨架体变; $\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$ 为土骨架应变; δ_{ij} 为 Kronecker 符号; p_f 为孔压。

根据矢量场的 Helmholtz 分解定理, 把式 (6) 中土骨架位移 $\mathbf{u}$ 和流体相对于土骨架的位移 $\mathbf{w}$ 用标量势和矢量势表示为

$$\mathbf{u} = \nabla \phi + \nabla \times \boldsymbol{\psi}, \quad \mathbf{w} = \nabla \chi + \nabla \times \boldsymbol{\Theta} \quad (8)$$

式中: ϕ 、 $\boldsymbol{\psi}$ 为土骨架位移标量势函数和矢量势函数; χ 、 $\boldsymbol{\Theta}$ 为流体相对位移标量势函数和矢量势函数; ∇ 为梯度算符。

由式 (8) 引入的势函数, 饱和土体运动方程可化为标准的波动方程^[17]:

$$\nabla^2 \hat{\phi}_{f,s} + k_{f,s}^2 \hat{\phi}_{f,s} = 0 \quad (9)$$

$$\nabla^2 \hat{\psi} + k_t^2 \hat{\psi} = 0 \quad (10)$$

式中: ∇^2 为 Laplace 算子; 上标“ $\wedge$ ”表示变量为频域中的量, $\hat{\phi} = \hat{\phi}_f + \hat{\phi}_s$; k_f 、 k_s 和 k_t 分别为饱和土中快波、慢波和横波波数, 表达式为

$$k_{f,s}^2 = \frac{B \mp \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (11)$$

$$k_t^2 = \frac{C}{D} \quad (12)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} A &= (\lambda + 2\mu)M \\ B &= (\lambda + \alpha^2 M + 2\mu)(m\omega^2 - ib\omega) + \rho_b \omega^2 M - 2\rho_f \omega^2 \alpha M, C = \rho_b \omega^2 (m\omega^2 - ib\omega) - \rho_f^2 \omega^4 \\ D &= \mu(m\omega^2 - ib\omega) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

各势函数的表达式满足如下关系式:

$$\hat{\chi} = \xi_f \hat{\phi}_f + \xi_s \hat{\phi}_s, \quad \hat{\boldsymbol{\Theta}} = \xi_t \hat{\boldsymbol{\psi}} \quad (14)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} \xi_{f,s} &= \frac{(\lambda + \alpha^2 M + 2\mu)k_{f,s}^2 - \rho_b \omega^2}{\rho_f \omega^2 - \alpha M k_{f,s}^2} \\ \xi_t &= -\frac{\rho_f \omega^2}{m\omega^2 - ib\omega} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

衬砌周围饱和土体的三维模型及所采用的柱坐标系系统见图 1, 饱和土体内径为 a , 外径为无穷大。在柱坐标系 (r, θ, z) 中, 式 (9)、(10) 中的 Laplace 算子可表达为^[4]

$$\nabla^2 \hat{\phi}_{f,s} = \frac{1}{r} \frac{\partial \hat{\phi}_{f,s}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \hat{\phi}_{f,s}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \hat{\phi}_{f,s}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \hat{\phi}_{f,s}}{\partial z^2} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \hat{\psi} &= (\nabla^2 \hat{\psi}_r - \frac{\hat{\psi}_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \hat{\psi}_\theta}{\partial \theta}) \mathbf{e}_r + \\ &(\nabla^2 \hat{\psi}_\theta - \frac{\hat{\psi}_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \hat{\psi}_r}{\partial \theta}) \mathbf{e}_\theta + \nabla^2 \hat{\psi}_z \mathbf{e}_z \end{aligned} \quad (17)$$

式中: $\mathbf{e}_r$ 、 $\mathbf{e}_\theta$ 、 $\mathbf{e}_z$ 分别为沿柱坐标系 r 、 θ 、 z 方向的单位向量; $\hat{\psi}_r$ 、 $\hat{\psi}_\theta$ 、 $\hat{\psi}_z$ 为 $\hat{\psi}$ 的分量。

类似于式 (2)、(3), 可设各势函数具有如下形式:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\phi}_f &= \sum_{n=0}^{\infty} \hat{f}_1(z, r, n) \cos n\theta \\ \hat{\phi}_s &= \sum_{n=0}^{\infty} \hat{f}_2(z, r, n) \cos n\theta \\ \hat{\psi}_r &= \sum_{n=0}^{\infty} \hat{g}_r(z, r, n) \sin n\theta \\ \hat{\psi}_\theta &= \sum_{n=0}^{\infty} \hat{g}_\theta(z, r, n) \cos n\theta \\ \hat{\psi}_z &= \sum_{n=0}^{\infty} \hat{g}_z(z, r, n) \sin n\theta \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

将式 (16)~(18) 代入式 (9)、(10), 并对坐标 z 做 Fourier 变换, 可得

$$\left. \begin{aligned} r^2 \tilde{f}_1'' + r \tilde{f}_1' - [(\xi^2 - k_f^2) r^2 + n^2] \tilde{f}_1 &= 0 \\ r^2 \tilde{f}_2'' + r \tilde{f}_2' - [(\xi^2 - k_s^2) r^2 + n^2] \tilde{f}_2 &= 0 \\ r^2 \tilde{g}_r'' + r \tilde{g}_r' - [(\xi^2 - k_t^2) r^2 + n^2 + 1] \tilde{g}_r + 2n \tilde{g}_\theta &= 0 \\ r^2 \tilde{g}_\theta'' + r \tilde{g}_\theta' - [(\xi^2 - k_t^2) r^2 + n^2 + 1] \tilde{g}_\theta + 2n \tilde{g}_r &= 0 \\ r^2 \tilde{g}_z'' + r \tilde{g}_z' - [(\xi^2 - k_t^2) r^2 + n^2] \tilde{g}_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中: 求导符号表示对 r 求偏导, 第 1、2、5 式为 n 阶修正 Bessel 方程, 利用规范变换不变性, 可设 $\tilde{g}_\theta = -\tilde{g}_r$, 则第 3、4 式为 $n+1$ 阶修正 Bessel 方程, 式 (19) 的解有如下形式:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{f}_1 &= A_1 I_n(\alpha_1 r) + B_1 K_n(\alpha_1 r) \\ \tilde{f}_2 &= A_2 I_n(\alpha_2 r) + B_2 K_n(\alpha_2 r) \\ \tilde{g}_r &= -\tilde{g}_\theta = A_r I_{n+1}(\beta r) + B_r K_{n+1}(\beta r) \\ \tilde{g}_z &= A_z I_n(\beta r) + B_z K_n(\beta r) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中: $\alpha_1^2 = \xi^2 - k_f^2$, $\alpha_2^2 = \xi^2 - k_s^2$, $\beta^2 = \xi^2 - k_t^2$; I_n 、 K_n 分别为第 1、2 类 n 阶修正 Bessel 函数; A_1 、 B_1 、 A_2 、 B_2 、 A_r 、 B_r 、 A_z 及 B_z 为待定系数, 由模型边界条件确定。

由式 (4)、(7)、(8)、(14)、(18)、(19), 可

得饱和土的土骨架位移为

$$\tilde{\mathbf{u}} = \begin{Bmatrix} \tilde{u}_r \\ \tilde{u}_\theta \\ \tilde{u}_z \end{Bmatrix} = [\mathbf{S}] \cdot [\mathbf{U}] \cdot \mathbf{D} \quad (21)$$

总应力为

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \begin{Bmatrix} \tilde{\sigma}_{rr} \\ \tilde{\sigma}_{r\theta} \\ \tilde{\sigma}_{rz} \end{Bmatrix} = [\mathbf{S}] \cdot [\mathbf{T}] \cdot \mathbf{D} \quad (22)$$

式中: $[\mathbf{U}]$ 和 $[\mathbf{T}]$ 均为 3×8 的矩阵, 矩阵元素分别为 u_{ij} 、 t_{ij} , 具体表达式见参考文献[17], 且有

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{D} &= \{A_1 \quad B_1 \quad A_2 \quad B_2 \quad A_r \quad B_r \quad A_z \quad B_z\}^T \\ [\mathbf{S}] &= \begin{bmatrix} \cos n\theta & 0 & 0 \\ 0 & \sin n\theta & 0 \\ 0 & 0 & \cos n\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

比较式 (21)、(22) 与式 (5), 不同模态 n 下各位移、应力分量可写为^[17]

$$\begin{Bmatrix} \tilde{U}_{rn} \\ \tilde{U}_{\theta n} \\ \tilde{U}_{zn} \end{Bmatrix} = [\mathbf{U}] \cdot \mathbf{D}, \quad \begin{Bmatrix} \tilde{T}_{rn} \\ \tilde{T}_{r\theta n} \\ \tilde{T}_{zn} \end{Bmatrix} = [\mathbf{T}] \cdot \mathbf{D} \quad (24)$$

2.3 衬砌与周围饱和土体相互作用

为求解待定系数, 引入如下的边界条件: ①作用在衬砌上的荷载等于壳体内外表面荷载的合力; ②衬砌与饱和土体接触面位移、应力连续; ③衬砌与饱和土体接触面完全不透水; ④径向无限远处的位移衰减为 0。为求解饱和土中圆形衬砌隧道的频率响应函数, 在仰拱处 ($\theta=0$, $z=0$, $r=a$) 径向作用单位脉冲荷载 (见图 1) 为

$$\left. \begin{aligned} p_z &= p_\theta = 0 \\ p_r &= \frac{\delta(\theta)\delta(t)\delta(z)}{a} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

式中: $\delta(\bullet)$ 为狄拉克 δ 函数, 将上式中的 $\delta(\theta)/a$ 展开为 Fourier 余弦级数, 并做关于 z 和 t 的双重 Fourier 变换, 可得不同模态 n 下该荷载在频率-波数域中各应力分量为

$$\left. \begin{aligned} \tilde{P}_{zn} &= \tilde{P}_{\theta n} = 0 \\ \tilde{P}_{rn} &= \begin{cases} \frac{1}{2\pi a}, & n=0 \\ \frac{1}{\pi a}, & n>0 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

根据边界条件①, 由式 (5) 有, 在衬砌与饱和土体接触面处为

$$\frac{-Eh}{a(1-\nu^2)}[A] \begin{Bmatrix} \tilde{U}_n \\ \tilde{V}_n \\ \tilde{W}_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{Q}_{zn} \\ \tilde{Q}_{\theta n} \\ \tilde{Q}_{rn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{P}_{zn} \\ \tilde{P}_{\theta n} \\ \tilde{P}_{rn} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \tilde{T}_{rzn} \\ \tilde{T}_{r\theta n} \\ \tilde{T}_{rrn} \end{Bmatrix}_{\text{tunnel}} \quad (27)$$

式中: $\tilde{T}_{rzn}$ 、 $\tilde{T}_{r\theta n}$ 、 $\tilde{T}_{rrn}$ 为荷载引起的衬砌外表面的总应力分量。

根据边界条件④, 式(21)、(22)中, I_n 和 I_{n+1} 的系数均应为 0, 即

$$A_1 = A_2 = A_r = A_z = 0 \quad (28)$$

根据边界条件②, 衬砌与饱和土体接触面的位移、应力表达为

$$\begin{Bmatrix} \tilde{U}_n \\ \tilde{V}_n \\ \tilde{W}_n \end{Bmatrix}_{r=a} = \begin{Bmatrix} \tilde{U}_{zn} \\ \tilde{U}_{\theta n} \\ \tilde{U}_{rn} \end{Bmatrix}_{r=a} = \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_r \\ B_z \end{Bmatrix}_{r=a} \cdot \mathbf{F} \quad (29)$$

$$\begin{Bmatrix} \tilde{T}_{rzn} \\ \tilde{T}_{r\theta n} \\ \tilde{T}_{rrn} \end{Bmatrix}_{\text{tunnel}} = \begin{Bmatrix} \tilde{T}_{rzn} \\ \tilde{T}_{r\theta n} \\ \tilde{T}_{rrn} \end{Bmatrix}_{\text{soil}(r=a)} = \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_r \\ B_z \end{Bmatrix}_{r=a} \cdot \mathbf{F} \quad (30)$$

由式(8)、(14)、(18)、(20)及(28), 结合边界条件③, 可得

$$\tilde{W}_m|_{r=a} = [W_\infty]_{r=a} \cdot \mathbf{F} = 0 \quad (31)$$

式中: $\tilde{W}_m$ 为不同模式 n 下流体沿 r 方向相对位移分量; $[W_\infty]$ 为 1×4 的矩阵, $[W_\infty] = [w_1 \ w_2 \ w_3 \ w_4]$ 中的各元素为

$$\left. \begin{aligned} w_1 &= \xi_f \left(\frac{n}{r} K_n(\alpha_1 r) - \alpha_1 K_{n+1}(\alpha_1 r) \right) \\ w_2 &= \xi_s \left(\frac{n}{r} K_n(\alpha_2 r) - \alpha_2 K_{n+1}(\alpha_2 r) \right) \\ w_3 &= \xi_t \xi K_{n+1}(\beta r) \\ w_4 &= \xi_t \frac{n}{r} K_n(\beta r) \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

联立求解式(26)~(31), 可得

$$\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_r \\ B_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -Eh \\ a(1-\nu^2) \end{bmatrix} [A] \cdot [U_\infty]_{r=a} - [T_\infty]_{r=a} \begin{bmatrix} \tilde{P}_{zn} \\ \tilde{P}_{\theta n} \\ \tilde{P}_{rn} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

由式(7)第2式、式(8)、(14)、(18)、(20)、(28), 可得

$$\tilde{P}_{in} = [P_\infty] \cdot \mathbf{F} \quad (34)$$

式中: $\tilde{P}_{in}$ 为不同模式 n 下的孔压; $[P_\infty]$ 为 1×4 的矩阵, 矩阵 $[P_\infty] = [p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4]$ 中的各元素为

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= (\alpha + \xi_f) M k_f^2 K_n(\alpha_1 r) \\ p_2 &= (\alpha + \xi_s) M k_s^2 K_n(\alpha_2 r) \\ p_3 &= 0 \\ p_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

由式(29)、(33)可得不同环向模式 n 下 $r = R$ ($R \geq a$) 处的位移、孔压为

$$\begin{Bmatrix} \tilde{U}_{zn} \\ \tilde{U}_{\theta n} \\ \tilde{U}_{rn} \\ \tilde{P}_{in} \end{Bmatrix}_{r=R} = \begin{bmatrix} [U_\infty]_{r=R} \\ [P_\infty]_{r=R} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{F} \quad (36)$$

将各环向模式 n 下的位移、孔压求和, 得到饱和土中圆形衬砌隧道波数域中频率响应函数为

$$\begin{Bmatrix} \tilde{u}_r \\ \tilde{u}_\theta \\ \tilde{u}_z \\ \tilde{p}_f \end{Bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{Bmatrix} \tilde{U}_{rn}(r, \xi, \omega) \cos n\theta \\ \tilde{U}_{\theta n}(r, \xi, \omega) \sin n\theta \\ \tilde{U}_{zn}(r, \xi, \omega) \cos n\theta \\ \tilde{P}_{in}(r, \xi, \omega) \cos n\theta \end{Bmatrix} \quad (37)$$

3 列车荷载作用下浮置板轨道及饱和土体动力响应

轨道结构采用地铁中常用的浮置板轨道, 如图2所示, 参考文献[18]将钢轨和浮置板模拟为无限长弹性 Euler 梁, 钢轨扣件和板下支承模拟为连续支承的复刚度弹簧。

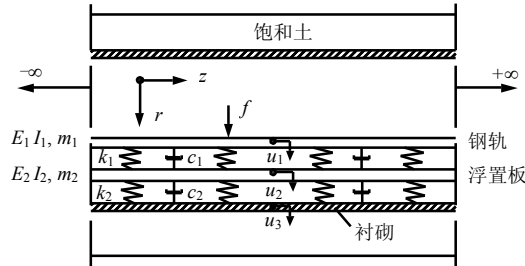
钢轨和浮置板控制方程为

$$E_1 I_1 \frac{\partial^4 u_1}{\partial z^4} + m_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + k_1(u_1 - u_2) + c_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} - \frac{\partial u_2}{\partial t} \right) = f \quad (38)$$

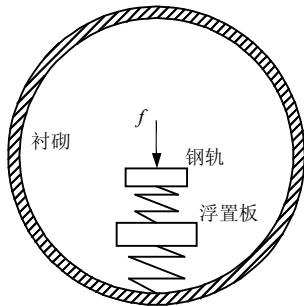
$$\begin{aligned} E_2 I_2 \frac{\partial^4 u_2}{\partial z^4} + m_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - k_1(u_1 - u_2) - \\ c_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} - \frac{\partial u_2}{\partial t} \right) + R = 0 \end{aligned} \quad (39)$$

式中: u_1 为钢轨位移; u_2 为浮置板位移; $E_1 I_1$ 、 $E_2 I_2$

和 m_1 、 m_2 分别为钢轨、浮置板弯曲刚度和单位长度质量； k_1 、 c_1 分别为轨下弹簧刚度和阻尼； f 为地铁列车荷载； R 为仰拱处轨道与衬砌结构的相互作用力。



(a) 侧视图



(b) 正视图

图2 浮置板轨道模型

Fig.2 Floating-slab track model

将钢轨和浮置板的控制方程式 (38)、(39) 变换到频域波数域中为

$$(E_1 I_1 \xi^4 - m_1 \omega^2 + k_1 + c_1 i \omega) \tilde{u}_1 - (k_1 + c_1 i \omega) \tilde{u}_2 = \tilde{f} \quad (40)$$

$$(E_2 I_2 \xi^4 - m_2 \omega^2 + k_1 + c_1 i \omega) \tilde{u}_2 - (k_1 + c_1 i \omega) \tilde{u}_1 + \tilde{R} = 0 \quad (41)$$

地铁列车荷载由一系列列车轴重荷载组成：

$$f(z, t) = \sum_{n=1}^{N_T} F_n(z - c_0 t) e^{i 2 \pi f_0 t} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} F_n(z - c_0 t) = & P_n \left[\delta(z - c_0 t + \sum_{s=0}^{n-1} L_s + L_D) + \right. \\ & \delta(z - c_0 t + w_a + \sum_{s=0}^{n-1} L_s + L_D) + \\ & \delta(z - c_0 t + w_a + w_b + \sum_{s=0}^{n-1} L_s + L_D) + \\ & \left. \delta(z - c_0 t + 2w_a + w_b + \sum_{s=0}^{n-1} L_s + L_D) \right] \end{aligned} \quad (43)$$

式中： N_T 为车厢数量； f_0 为荷载自振频率； c_0 为荷载速度； P_n 为轴重，其中机车轴重为 P_E 、普通车厢

轴重为 P_C ； L_s 为列车长度，其中机车长度为 L_E 、普通车厢长度 L_C ； w_a 为相邻轮对之间的距离； w_b 为 2、3 组轮对之间的距离； L_D 为列车荷载到观察点之间的距离。

将列车荷载表达式对坐标 z 和时间 t 进行 Fourier 变换得

$$\tilde{f}(\xi, \omega) = 2\pi \delta(\omega - 2\pi f_0 + \xi c_0) \chi(\xi) \quad (44)$$

$$\chi(\xi) = \sum_1^{N_T} P_n [1 + e^{i w_a \xi} + e^{i (w_a + w_b) \xi} + e^{i (2w_a + w_b) \xi}] e^{i \xi (\sum_{s=0}^{N_T-1} L_s + L_D)} \quad (45)$$

浮置板轨道和衬砌仰拱之间的相互作用力可表示为

$$R = k_2(u_2 - u_3) + c_2 \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} - \frac{\partial u_3}{\partial t} \right) \quad (46)$$

式中： u_3 为衬砌仰拱处的竖向位移； k_2 、 c_2 分别为板下弹簧刚度和阻尼。

对式 (46) 进行 Fourier 变换得

$$\tilde{R} = (k_2 + c_2 i \omega)(\tilde{u}_2 - \tilde{u}_3) \quad (47)$$

衬砌仰拱处变换域中的位移可以通过仰拱处位移频率响应函数乘以 $\tilde{R}$ 得到^[19]，即

$$\tilde{u}_3 = H \tilde{R} \quad (48)$$

式中： H 为变换域中仰拱处径向位移的频率响应函数，即在仰拱处施加单位力 ($\tilde{R}=1$)，仰拱处的径向位移，由式 (38)， H 可以写为

$$H = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{U}_m(r, \xi, \omega) \cos n\theta \Big|_{r=a, \theta=0} \quad (49)$$

式中：下标“ $r=a, \theta=0$ ”为衬砌仰拱坐标。

联立求解式 (40)、(41)、(47)、(48)，得

$$\tilde{u}_1 = (A_3(1 + A_4 H) + A_4) \tilde{f} / A_5 \quad (50)$$

$$\tilde{u}_2 = (A_2(1 + A_4 H)) \tilde{f} / A_5 \quad (51)$$

$$\tilde{u}_3 = A_2 A_4 \tilde{H} \tilde{f} / A_5 \quad (52)$$

$$\tilde{R} = A_2 A_4 \tilde{f} / A_5 \quad (53)$$

其中：

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= E I_1 \xi^4 - m_1 \omega^2 + k_1 + c_1 i \omega, \quad A_2 = k_1 + c_1 i \omega \\ A_3 &= E I_2 \xi^4 - m_2 \omega^2 + k_1 + c_1 i \omega, \quad A_4 = k_2 + c_2 i \omega \\ A_5 &= (A_1 A_3 - A_2^2)(1 + A_4 H) + A_1 A_4 \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

对式 (50) ~ (52) 进行双重 Fourier 逆变换, 得

$$u_1(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A_3(1+A_4H) + A_4}{A_5} \tilde{f} e^{i\omega t} e^{i\xi z} d\omega d\xi \quad (55)$$

$$u_2(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A_2(1+A_4H)}{A_5} \tilde{f} e^{i\omega t} e^{i\xi z} d\omega d\xi \quad (56)$$

$$u_3(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A_2 A_4 H}{A_5} \tilde{f} e^{i\omega t} e^{i\xi z} d\omega d\xi \quad (57)$$

若要计算衬砌及周围土体中一点(R, β, z)的位移或孔隙水压力响应, 首先根据式 (37) 求响应对应的频率响应函数如下:

$$H_r = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{U}_m(r, \xi, \omega) \cos n\theta \Big|_{r=R, \theta=\beta} \quad (58)$$

$$H_\theta = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{U}_{\theta n}(r, \xi, \omega) \sin n\theta \Big|_{r=R, \theta=\beta} \quad (59)$$

$$H_z = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{U}_{zn}(r, \xi, \omega) \cos n\theta \Big|_{r=R, \theta=\beta} \quad (60)$$

$$H_p = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{P}_{pn}(r, \xi, \omega) \cos n\theta \Big|_{r=R, \theta=\beta} \quad (61)$$

式中: H_r 、 H_θ 、 H_z 、 H_p 分别为变换域内 $r=R$ 、 $\theta=\beta$ 位置处径向位移、环向位移、轴向位移、孔压的频率响应函数。与式 (48) 类似, 利用式 (53), 有

$$\tilde{u}_r = H_r \tilde{R} = H_r A_2 A_4 \tilde{f} / A_5 \quad (62)$$

$$\tilde{u}_\theta = H_\theta \tilde{R} = H_\theta A_2 A_4 \tilde{f} / A_5 \quad (63)$$

$$\tilde{u}_z = H_z \tilde{R} = H_z A_2 A_4 \tilde{f} / A_5 \quad (64)$$

$$\tilde{p}_f = H_p \tilde{R} = H_p A_2 A_4 \tilde{f} / A_5 \quad (65)$$

对式 (62) ~ (65) 进行双重 Fourier 逆变换, 得时间-空间域内衬砌及周围土体中任意一点处的位移或孔隙水压力响应为

$$\begin{Bmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_z \\ p_f \end{Bmatrix} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{Bmatrix} H_r \\ H_\theta \\ H_z \\ H_p \end{Bmatrix} \frac{A_2 A_4}{A_5} \tilde{f} e^{i(\omega t + \xi z)} d\xi d\omega \quad (66)$$

式 (55) ~ (57) 及式 (66) 中, 由 $\tilde{f}$ 中 δ 函数性质, 可将二重积分化为关于 ξ 的一重积分, 通过快速 Fourier 逆变换可获得响应的数值解答, 同时, 令 $z_0 = z - c_0 t$, 本文研究可化为随荷载一起移动的坐标系(r, θ, z_0)下的稳态问题。

4 计算结果及分析

4.1 模型验证

为验证饱和土中衬砌隧道模型的正确性, 采用本文方法计算了文献[20]图 4 中荷载移动速度 $c_0 = 10$ m/s、土体为硬土时的径向位移 u_r 。文献[20]中衬砌内作用的是一个恒定的环形移动荷载, 因此, 在计算时, 将环形荷载等效成 180 个沿圆周均匀分布的点荷载, 单一点荷载作用下位移响应沿圆周方向的叠加 (用本文模型计算) 等于环形荷载作用下单一观察点 (用文献[20]模型计算) 的响应, 计算结果见图 3。从图中可以看出, 二者结果吻合得很好, 验证了本文方法的正确性。

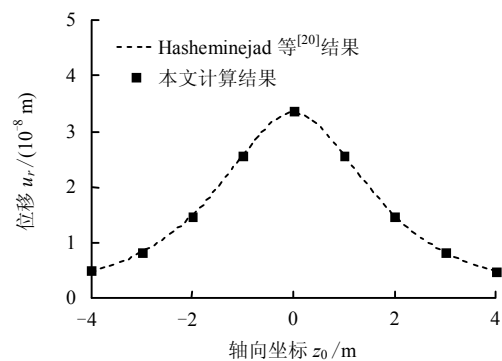


图3 本文与 Hasheminejad 等^[20]的结果对比
Fig.3 Comparison between present work and Hasheminejad's work

4.2 数值计算结果

本节采用的计算参数见表 1~3, 其中衬砌结构参数参考文献[4], 饱和土体参数参考文献[21], 两根钢轨结构参数参考文献[18], 列车荷载参数参考文献[22]。

表1 饱和土和衬砌结构参数
Table 1 Properties for the saturated soil and tunnel structure

衬砌参数					饱和土体参数							
$E/(N/m^2)$	$\rho/(g/cm^3)$	ν	a/m	h/m	$\lambda/(N/m^2)$	$\mu/(N/m^2)$	$\rho_f/(g/cm^3)$	$\rho_s/(g/cm^3)$	n_0	α	$M/(N/m^2)$	$b/(m^3 \cdot s/kg)$
5×10^{10}	2 500	0.3	3	0.25	3×10^7	2×10^7	1 000	2 600	0.4	1.0	5×10^9	$10^6 \sim 10^8$

表2 轨道结构参数

Table 2 Parameters for the floating-slab tracks

钢轨				轨道板			
$E_1 I_1 / (\text{Pa} \cdot \text{m}^4)$	$m_1 / (\text{kg/m})$	$k_1 / (\text{N/m}^2)$	$c_1 / (\text{N} \cdot \text{s/m}^2)$	$E_2 I_2 / (\text{Pa} \cdot \text{m}^4)$	$m_2 / (\text{kg/m})$	$k_2 / (\text{N/m}^2)$	$c_2 / (\text{N} \cdot \text{s/m}^2)$
1×10^7	100	4×10^7	6.3×10^3	1.43×10^9	3.5×10^3	5×10^7	4.18×10^4

表3 地铁列车荷载参数

Table 3 Parameters for the train load

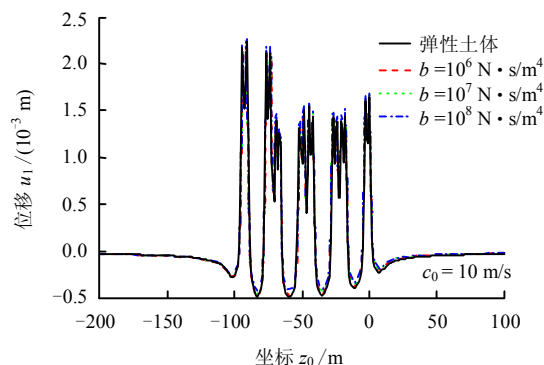
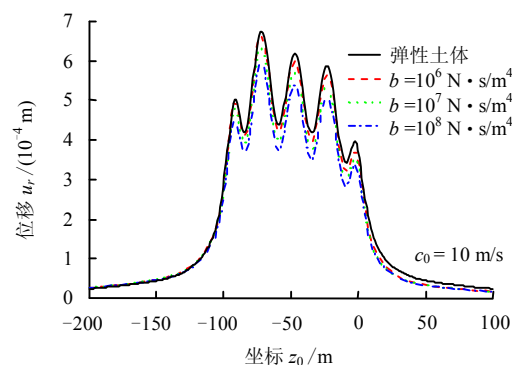
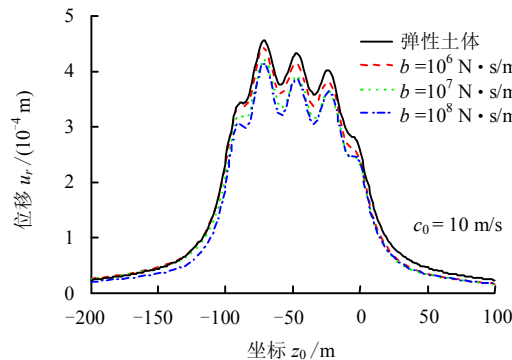
P_E	P_C	w_a	w_b	L_E	L_C	N_T	L_D
/kN	/kN	/m	/m	/m	/m		/m
162	120	2.9	14.8	22.2	24.4	4	0

图4给出了不同 b 值时钢轨位移 u_1 、隧道仰拱及下方3 m ($r=3$ m或6 m, $\theta=0$)处的位移 u_r 沿 z_0 分布曲线,其中 $c_0=10$ m/s, $f_0=0$ Hz。为了比较,图中还给出了单相弹性土中对应的位移曲线,计算时将饱和土体参数 ρ_f 、 b 、 α 、 M 、 m 取为 10^{-4} ,使得饱和土退化为单相弹性土体。

由图4(a)中可看到16个尖锐的峰值,正好对应4节车厢下方16组轮对,图中最左侧的4个峰值较高,对应了数值较大的机车轴重 P_E ,钢轨位移集中在轮轴位置附近,到其他位置迅速衰减,每个波峰两侧都有小于0的波谷存在。还可以看到,随着 b 值增大, u_1 曲线峰值略有增大,但总体上 b 值对钢轨位移影响很小,模型分别采用弹性土体和饱和土体时,钢轨位移没有明显差别。图4(b)仰拱的位移 u_r 曲线有5个峰值,均明显小于钢轨位移峰值,左右两个较小的峰值分布对应整个列车最外侧两个转向架(每个转向架下有2组轮对),中间3个峰值中每个对应两个邻近的转向架。随着荷载由轨道传递到衬砌处, u_r 位移曲线的谷值已看不到小于0的情况,整个曲线都大于0,位移分布区间更大。由图4(c)可知,随着荷载进一步地传递,左右两侧的小峰值已经消失,波峰波谷间的差值也进一步变小。在图4(b)和图4(c)中,饱和土位移 u_r 随着土体渗透系数的降低而减小,并且均小于相应的弹性土体的 u_r ,当土体渗透性变差时,饱和土模型与弹性土模型所对应的土体位移响应区别明显。

图5给出不同 b 值时,隧道仰拱及下方3 m ($r=3$ m或6 m, $\theta=0$)处的孔压 p_f 沿 z_0 分布曲线,计算中取 $c_0=10$ m/s, $f_0=0$ Hz。可以看到,各 p_f 曲线也同样在对应转向架位置处有波峰。随着 b 值的增大,曲线波峰值增大,曲线波峰、波谷值之间的差值也增大,曲线振荡更加剧烈,列车作用范围内的孔压曲线随着土体渗透系数的降低而整体升高,这是由于本文公式推导中认为衬砌与土体接触面完全

不透水,在渗透性越差的土体中,孔隙水压消散越慢。如图5(b)所示,在列车作用范围内 $b=10^8$ N·s/m⁴的孔压曲线已完全大于0;此外,图5在地铁列车后方(90 m左右)的一片区域内孔压为负值,该负值的分布范围及峰值随着 b 值的增大而增大。

(a) 钢轨位移 u_1 (b) 隧道仰拱处的径向位移 u_r (c) 隧道仰拱下方3 m处的径向位移 u_r 图4 不同 b 值时钢轨、隧道仰拱及下方3 m ($r=3$ m或6 m, $\theta=0$)处的位移沿 z_0 分布曲线Fig.4 Displacements of the rail, tunnel invert and soil saturated ($r=3$ m or $r=6$ m, $\theta=0$) along z_0 for different values of b

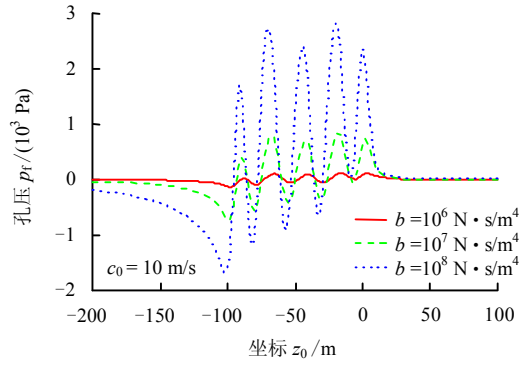
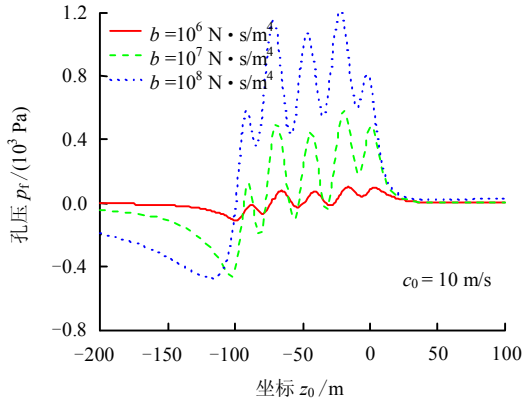
(a) 隧道仰拱处的土体孔压 p_f (b) 仰拱下方 3 m 处的土体孔压 p_f

图 5 不同 b 值时隧道仰拱及下方 3 m ($r=3$ m 或 6 m, $\theta=0$) 处的孔压沿 z_0 分布曲线

Fig.5 Pore pressures of tunnel invert and saturated soil ($r=3$ m or 6 m, $\theta=0$) along z_0 for different values of b

图 6 给出不同 c_0 值时, 钢轨位移 u_1 、隧道仰拱处 ($r=3$ m, $\theta=0$) 位移 u_r 及孔压 p_f 沿 z_0 分布曲线 (其中 $f_0=0$ Hz、 $b=10^8$ N·s/m⁴)。由图 6(a)、6(b) 可知, $c_0=10$ m/s 和 $c_0=30$ m/s 时对应的钢轨和隧道仰拱处位移曲线差别很小, 几乎重合; 当 $c_0=105$ m/s 时位移曲线峰值最大, 表示响应水平最高; 当 $c_0=160$ m/s 时, 位移响应又减小。随着荷载移动速度增大, 钢轨及土体的位移响应先增大后减小, 这是由于 $c_0=105$ m/s 接近饱和土体的剪切波速, 此剪切波速是饱和土中衬砌隧道的关键速度, 会产生动力响应的放大现象。从图 6(b) 还可以看出, 当 c_0 值较大时, 位移分布曲线有向荷载后方移动的趋势, 与地面移动荷载产生的马赫效应相仿^[23]。图 6(c) 中孔压曲线对 c_0 值变化敏感, 随着 c_0 值增大, 孔压也明显增大。

图 7 给出不同 c_0 值时, 钢轨位移 u_1 、隧道仰拱处位移 u_r 及孔压 p_f 的频谱曲线, 由图可知, 位移、孔压频谱均分布 10 Hz 以内, 同时, 随着荷载移动速度的提高, 频谱峰值降低, 频谱成分逐渐向高频移动, 分布范围更广; 此外图 7(a) 中有一系列的由于列车轴重几何分布产生的频谱峰值^[24], 随着荷载

传递至衬砌仰拱处, 轴重几何分布影响减小, 因此, 在图 7(b)、7(c) 中, 主要频谱成分相较于图 7(a) 更集中于 2 Hz 以内的低频段且频谱峰值数减小。

图 8 给出了列车荷载自振频率对钢轨位移 u_1 、隧道仰拱处 ($r=3$ m, $\theta=0$) 位移 u_r 及孔压 p_f 的影响, 选取了 f_0 分别为 5、10、15、30 Hz 4 个频率, 其中 $c_0=10$ m/s、 $b=10^8$ N·s/m⁴。由图 8(a)、8(b) 可见, 荷载频率 f_0 分别为 5、10、15 Hz 的位移曲线与移动常荷载 ($f_0=0$ Hz, 如图 4(a)、4(b) 所示) 时的

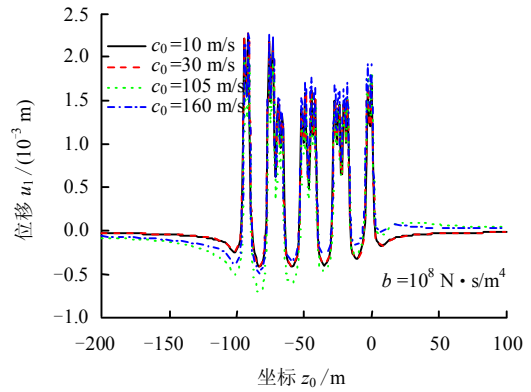
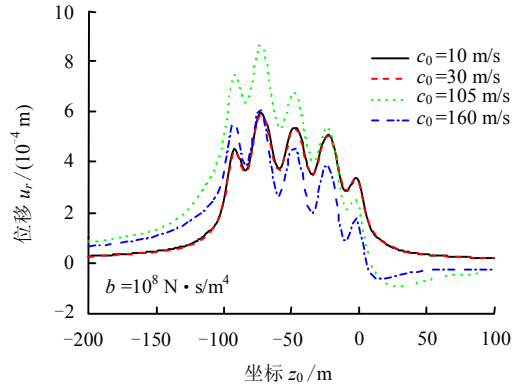
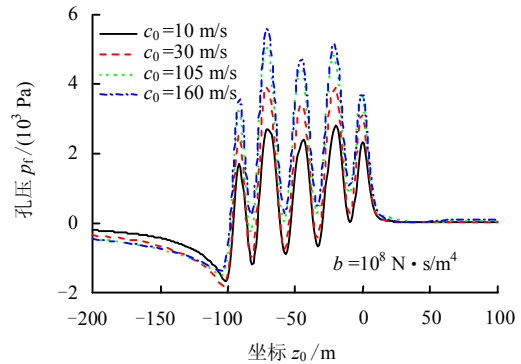
(a) 钢轨位移 u_1 (b) 隧道仰拱处的径向位移 u_r (c) 隧道仰拱处的土体孔压 p_f

图 6 不同 c_0 值时钢轨位移、隧道仰拱处位移和孔压沿 z_0 分布曲线 ($r=3$ m, $\theta=0$)

Fig.6 Displacements of the rail, tunnel invert and pore pressure of the saturated soil ($r=3$ m, $\theta=0$) along z_0 for different values of c_0

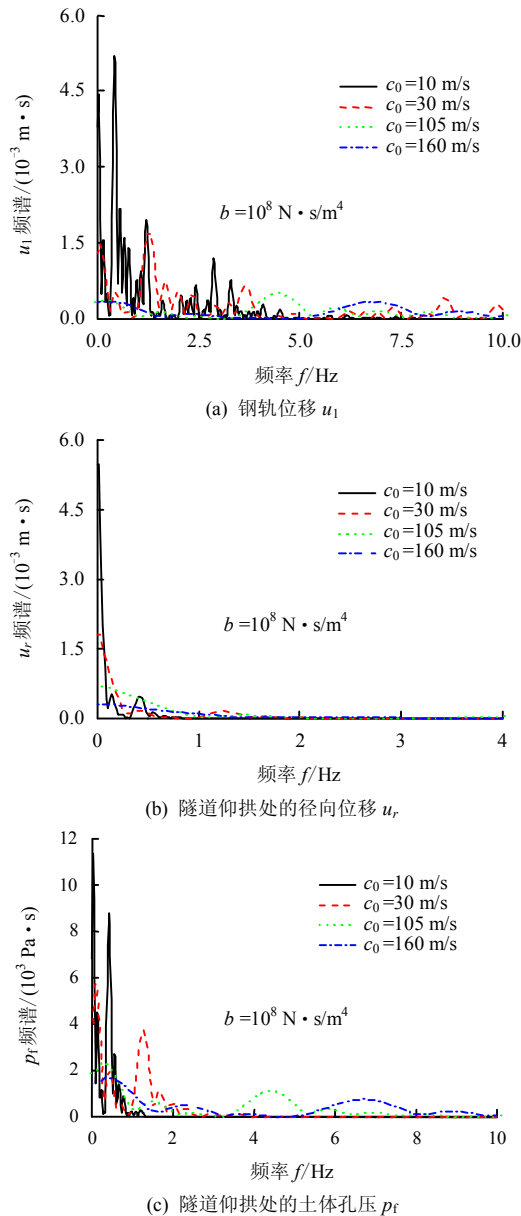


图 7 不同 c_0 值时钢轨位移、隧道仰拱处位移和孔压频谱 ($r=3 \text{ m}$, $\theta=0$)

Fig.7 Displacements of the rail, tunnel invert and pore pressure of the saturated soil in frequency domain ($r=3 \text{ m}$, $\theta=0$) for different values of c_0

位移曲线形状类似,与图 4(a)相比,图 8(a)中的钢轨位移幅值明显增大,尤其是 $f_0=15 \text{ Hz}$ 时,响应幅值最大,这是由于此时荷载激振频率接近浮置板轨道结构自振频率,本文浮置板参数计算的自振频率约为 19.02 Hz ,图 8(b)中移动简谐荷载作用下的饱和土体位移小于移动常荷载作用下饱和土体位移(见图 4(b)),这是因为荷载频率较高时,轨道和衬砌结构的阻尼衰减作用更强;当荷载频率 $f_0=30 \text{ Hz}$ 时,图 8(a)、8(b)中位移曲线形状与荷载频率较低时不同,位移幅值变小,但波动现象更加明显,空间分布范围更广;图 8(c)所示的孔压空间分布图中,当 $f_0=15 \text{ Hz}$ 时,仰拱处产生了最大的孔压响应,原

因与上述位移曲线类似,当 $f_0=30 \text{ Hz}$ 时,列车作用范围内产生了较大的孔压负值,且由于荷载频率较高,土体振动速率快,孔压消散缓慢。

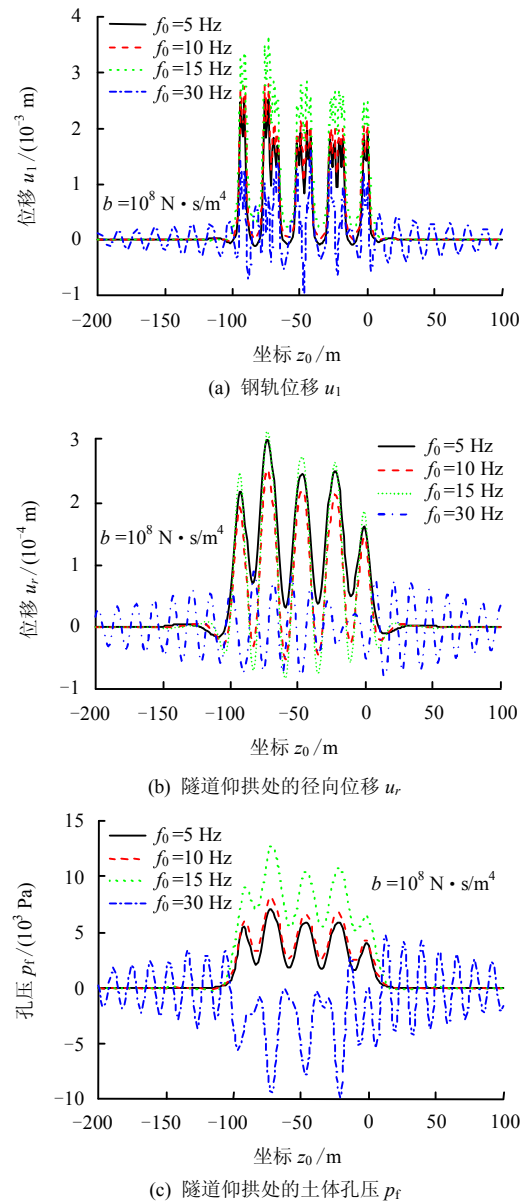


图 8 不同 f_0 值时钢轨位移、隧道仰拱处位移和孔压沿 z_0 分布曲线 ($r=3 \text{ m}$, $\theta=0$)

Fig.8 Displacements of the rail, tunnel invert and pore pressure of the saturated soil ($r=3 \text{ m}$, $\theta=0$) along z_0 for different values of c_0

图 9(a)所示的钢轨频谱中,不同荷载频率下,频谱成分分布在以荷载自振频率为中心的一段范围内,轴重几何分布引起的频率成分处于次要地位,远离荷载自振频率,频域内响应呈减小趋势;图 9(b)和 9(c)所示的仰拱处位移和孔压频谱中,不同荷载频率下,频谱成分集中在荷载自振频率处,轴重几何分布引起的频率成分不再明显;从图 9 中还可以看出:当 $f_0=15 \text{ Hz}$ 时,响应频谱具有最大的峰值,

这与图8中的结果相吻合。

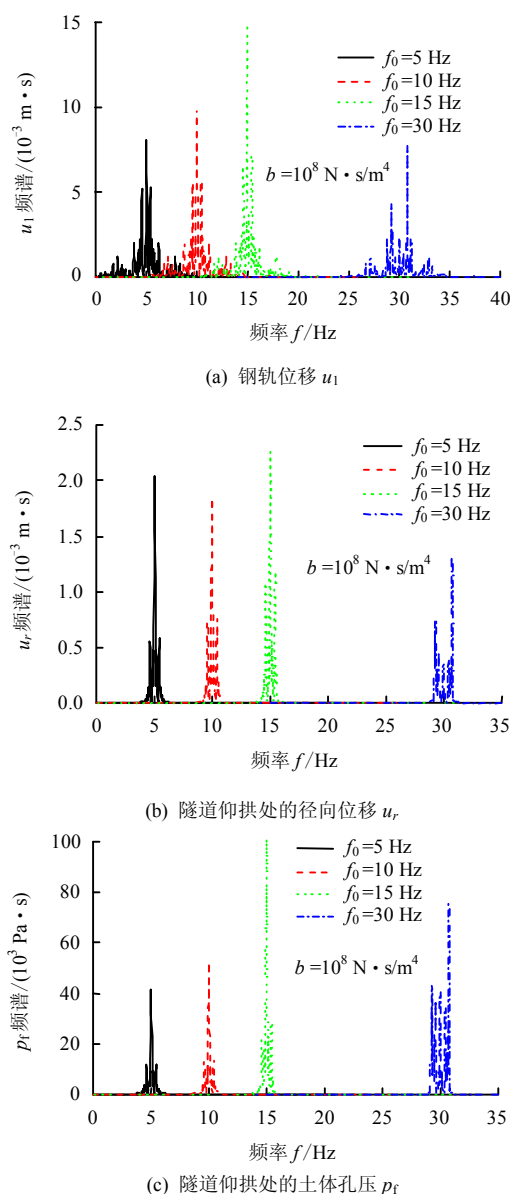


图9 不同 f_0 值时钢轨位移、隧道仰拱处位移和孔压频谱($r=3\text{ m}$, $\theta=0$)

Fig.9 Frequencies of displacement of the rail, tunnel invert and frequencies of pore pressure of the saturated soil ($r=3\text{ m}$, $\theta=0$) in frequency domain for different values of f_0

4 结 论

(1) 当土体渗透性较差时, 饱和土体和弹性土体位移响应区别明显, 因此, 在富水地区, 尤其渗透性较差的黏性土地区, 研究地铁作用下衬砌周围土体动力响应问题时, 应引入更接近实际情况的饱和和多孔介质模型模拟土体。

(2) 位移及孔压分布曲线在列车轮对位置处出现峰值; 随着荷载的径向传播, 位移及孔压分布曲线幅值变小, 曲线波峰谷间的幅值差也变小, 曲线

分布范围更大, 也更趋于平缓。

(3) 饱和土体模型和弹性土模型对轨道结构响应影响较小, 饱和土体 b 值变化时钢轨位移没有明显变化, 衬砌及下方土体位移均随着 b 值增大而减小; 孔压曲线随着 b 值增大振荡更加剧烈, 整体响应水平增大。

(4) 在移动常荷载作用下, 随着荷载移动速度增大, 钢轨及土体的位移响应先增大后减小, 频谱曲线中峰值降低, 高频成分增多, 且分布范围更广; 孔压曲线对荷载速度变化敏感, 孔压随着荷载速度增大而增大。

(5) 在移动简谐荷载作用下, 当荷载频率接近轨道结构固有频率时, 轨道结构和土体响应最大; 钢轨频谱分布在以荷载自振频率为中心的一段范围内, 同时含有列车轴重几何分布产生的频率成分, 土体响应频谱集中在荷载自振频率附近。

参 考 文 献

- [1] BALENDRA T, CHUA K H, LO K W, et al. Steady-state vibration of subway-soil-building system[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1989, 115(1): 145—162.
- [2] BALENDRA T, LO K W. Groundborne vibrations due to trains in tunnels[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1992, 21(5): 445—460.
- [3] METRIKINE A V, VROUWENVELDER A C W M. Surface ground vibration due to a moving train in a tunnel: Two-dimensional model[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 234(1): 43—66.
- [4] FORREST J A, HUNT H E M. A three dimensional tunnel model for calculation of train-induced ground vibration[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 294(4—5): 678—705.
- [5] SHENG X, JONES C J C, THOMPSON D J. Prediction of ground vibration from trains using the wavenumber finite and boundary element methods[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 293: 575—586.
- [6] DEGRANDE G, CLOUTEAU D, OTHMAN R, et al. A numerical model for ground-borne vibrations from underground railway traffic based on a periodic finite element-boundary element formulation[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 293(3—5): 645—666.
- [7] GUPTA S, STANUS Y, LOMBAERT G, et al. Influence of tunnel and soil parameters on vibrations from underground railways[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 327(1): 70—91.

- [8] HUNG H H, CHEN G H, YANG Y B. Effect of railway roughness on soil vibrations due to moving trains by 2.5 D finite/infinite element approach[J]. **Engineering Structures**, 2013, 57: 254—266.
- [9] HUNG H H, YANG Y B. Analysis of ground vibrations due to underground trains by 2.5D finite infinite element approach[J]. **Earthquake Engineering and Engineering Vibration**, 2010, 9(3): 327—335.
- [10] BIAN X C, JIN W F, JIANG H G. Ground-borne vibrations due to dynamic loadings from moving trains in subway tunnels[J]. **Journal of Zhejiang University—Science A (Applied Physics & Engineering)**, 2012, 13(11): 870—876.
- [11] BIAN X C, CHAO C, JIN W F, et al. A 2.5D finite element approach for predicting ground vibrations generated by vertical track irregularities[J]. **Journal of Zhejiang University—Science A (Applied Physics & Engineering)**, 2011, 12(12): 885—894.
- [12] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. Part I: low-frequency range[J]. **Journal of the Acoustical Society of America**, 1956, 28(2): 168—178.
- [13] 王滢, 高广运. 准饱和土中圆柱形衬砌的瞬态动力响应分析[J]. 岩土力学, 2015, 36(12): 3400—3409.
WANG Ying, GAO Guang-yun. Analysis of transient dynamic response of cylindrical lined cavity in nearly saturated soil[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(12): 3400—3409.
- [14] LU J F, JENG D S. Dynamic response of a circular tunnel embedded in a saturated poroelastic medium due to a moving load[J]. **Journal of Vibration and Acoustics**, 2006, 128(6): 750—756.
- [15] LU J F, JENG D S. Dynamic analysis of an infinite cylindrical hole in a saturated poroelastic medium[J]. **Archive of Applied Mechanics**, 2006, 76(5—6): 263—276.
- [16] 黄晓吉, 扶名福, 徐斌. 移动环形荷载作用下饱和土中圆形衬砌隧道动力响应研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(3): 892—898.
HUANG Xiao-ji, FU Ming-fu, XU Bin. Dynamic response of a circular lining tunnel in saturated soil due to moving ring load[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(3): 892—898.
- [17] 曾晨, 孙宏磊, 蔡袁强, 等. 简谐荷载作用下饱和土体中圆形衬砌隧道三维动力响应分析[J]. 岩土力学, 2014, 35(4): 1147—1156.
- ZENG Chen, SUN Hong-lei, CAI Yuan-qiang, et al. Analysis of three-dimensional dynamic response of a circular lining tunnel in saturated soil to harmonic loading[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2014, 35(4): 1147—1156.
- [18] HUSSIEN M F M, H E M HUNT. Modelling of floating-slab tracks with continuous slabs under oscillating moving loads[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2006, 297(1—2): 37—54.
- [19] HUSSIEN M F M, H E M HUNT. A numerical model for calculating vibration due to a harmonic moving load on a floating-slab track with discontinuous slabs in an underground railway tunnel[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2009, 321(1—2): 363—374.
- [20] HASHEMINEJAD S M, KOMEILI M. Effect of imperfect bonding on axisymmetric elastodynamic response of a lined circular tunnel in poroelastic soil due to a moving ring load[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2009, 46(2): 398—411.
- [21] SHI LI, SUN HONGLEI, CAI YUANQIANG, et al. Validity of fully drained, fully undrained and u - p formulations for modeling a poroelastic half-space under a moving harmonic point load[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2012, 42: 292—301.
- [22] 蔡袁强, 王玉, 曹志刚. 移动荷载作用下饱和土地基上板式轨道动力响应[J]. 振动工程学报, 2011, 24(1): 48—54.
CAI Yuan-qiang, WANG Yun, CAO Zhi-gang. Dynamic response of slab track and saturated soil subjected to a moving train load[J]. **Journal of Vibration Engineering**, 2011, 24(1): 48—54.
- [23] LEFEUVE-MESGOUEZ G, MESGOUEZ A. Ground vibration due to a high-speed moving harmonic rectangular load on a poroviscoelastic half-space [J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2008, 45(11): 3353—3374.
- [24] 孙宏磊, 蔡袁强, 徐长节. 移动列车荷载作用下路轨系统及饱和半空间土体动力响应[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(8): 1705—1712.
SUN Hong-lei, CAI Yuan-qiang, XU Chang-jie. Dynamic response of track system and saturated soil in half space subjected to a moving train load[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(8): 1705—1712.